සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
All Rights Reserved]

№ 136

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව/Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, අගෝස්තු 1990 (විශේෂ-1991)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1990 (Special-1991)

(02) ව්‍යවහාරික ගණිතය I
(02) Applied Mathematics I

02	
S	I

පැ තුනයි/*Three hours*

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (අ) λ අදිශයක් සහ $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ දෛශික දෙකක් දී තිබෙයි.
මේවායේ අර්ථ දක්වන්න.

   (i) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ (ii) $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ (iii) $\lambda\,\mathbf{a}$

   (ආ) BC, CA, AB පාද මත පිළිවෙලින් P, Q, R ලක්ෂ්‍ය ගෙන ඇත්තේ $\dfrac{BP}{BC} = \dfrac{CQ}{CA} = \dfrac{AR}{AB} = \lambda$ වන පරිදි ය. මෙහි λ යනු අදිශ නියතයකි.

$$\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{CR} = \mathbf{0}$$ බව පෙන්වන්න.

   (ඇ) $OABCDE$ යනු සවිධි ෂඩස්‍රයකි. O අනුබද්ධයෙන් A වලත් B වලත් පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ වේ. O අනුබද්ධයෙන් C, D, E ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික සොයන්න.

2. $\mathbf{a}$ හා $\mathbf{b}$ යනු සමාන්තර නොවන්නා වූත් ශූන්‍ය නොවන්නා වූත් දෛශික දෙකකි. $\alpha\,\mathbf{a} + \beta\,\mathbf{b} = \mathbf{0}$ යන්නෙන් පළවන්නේ $\alpha = 0$ හා $\beta = 0$ බව අපෝහනය කරන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයකි. $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$ ද $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$ ද වෙයි. AOB කෝණයේ අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදකයට OAB කෝණයේ බාහිර සමච්ඡේදකය P හි දී හමුවෙයි.

$$a = |\mathbf{a}|,\ b = |\mathbf{b}| \text{ හා } c = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$$

ලෙස දී තිබෙයි.

$$\overrightarrow{OP} = \lambda\left(\frac{\mathbf{a}}{a} + \frac{\mathbf{b}}{b}\right) = \mathbf{a} + \mu\left(\frac{\mathbf{a}}{a} + \frac{\mathbf{b} - \mathbf{a}}{c}\right)$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි λ හා μ අදිශ වේ. λ, μ නිර්ණය කොට ඒ නයින් OBA කෝණය BP මගින් බාහිර ව සමච්ඡේදනය කෙරෙන බව පෙන්වන්න.

3. (අ) දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය යන්නෙහි අර්ථ දක්වන්න. මෙම ගුණිතය ශූන්‍යයට සමාන විය හැක්කේ කුමන අවස්ථාවේ ද?

   (ආ) ABC ත්‍රිකෝණයෙක A, B ශීර්ෂවල සිට සම්මුඛ පාදවලට අඳින ලද ලම්බ O හි දී එකිනෙකට හමුවෙයි. CO රේඛාව AB ට ලම්බ බව දෛශික භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

   (ඇ) $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, යනුවෙන් දක්වෙන අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් ලම්බ දෛශික පිළිවෙලින් $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ මගින් නිරූපණය කෙරෙයි.

   $\overrightarrow{OD} = \lambda(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$ යන්නෙන් දක්වෙන දෛශිකය ABC තලයට ලම්බ බව පෙන්වන්න. D ලක්ෂ්‍යය ABC තලය මත පිහිටන්නේ λ වල කිනම් අගයකට ද?

4. (X_r, Y_r) බල පද්ධතියක් (x_r, y_r) ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියා කරයි. මෙහි $r = 1, 2, 3, \ldots\ldots, n$.
$P(x, y)$ ලක්ෂ්‍යය වටා පද්ධතියේ ඝූර්ණය M,

$$M = G - Yx + Xy$$ යනුවෙන් දක්වෙන

බව පෙන්වන්න.

මෙහි $$X = \sum_{r=1}^{n} X_r, \quad Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r \quad \text{හා} \quad G = \sum_{r=1}^{n} (x_r Y_r - y_r X_r)$$ වෙයි.

$A(a, 0)$ හා $B(0, -a)$ ලක්ෂ්‍ය වටා පද්ධතියේ ඝූර්ණය පිළිවෙලින් λG හා $-\lambda G$ වෙයි. මෙහි $G \neq 0$. මෙම පද්ධතිය සඳහා X හා Y එකවිට අතුරුදහන් විය නොහැකි බවත්, පද්ධතිය,

$(1-\lambda)x - (1+\lambda)y - a = 0$ රේඛාව ඔස්සේ තනි බලයකට ඌනනය වන බවත් පෙන්වන්න. මෙම රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව අපෝහනය කොට එම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

5. $2l$ දිගැති AOQ තන්තුවක් මගින් O සුමට නාදැත්තකින් $2a$ දිගැති W බර ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එල්ලා ඇත. තන්තුවේ එක් කෙළවරක් දණ්ඩෙහි A ට ගැටගසා අනෙක් කෙළවර Q නම් කුඩා ලුහු සුමට මුද්දකට ඇඳා තිබෙන අතර මුද්ද දණ්ඩ දිගේ සර්පණය වෙයි. දණ්ඩ තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව තිබෙයි. Q මුද්දෙත් AB දණ්ඩෙත් සමතුලිතතාව සැලකීමෙන් පහත දක්වෙන ප්‍රතිඵල අපෝහනය කරන්න.

(i) තන්තුවේ කෙලින් පිහිටි එක් එක් කොටස සිරසට θ කෝණයෙකින් ආනත බව

(ii) තන්තුවේ ආතතිය $\frac{1}{2}W \sec\theta$ බව.

(iii) θ කෝණය $a\cos^3\theta = l\sin\theta$ යනුවෙන් දක්විය හැකි බව.

6. එක එකෙහි බර W වන AB, BC, CD, DE, EA නම් එක සමාන ඒකාකාර දඬු පහකින් $ABCDE$ රාමු සැකිල්ලක් සැදෙන පරිදි දඬුවල A, B, C, D, E කෙළවරයන්හි දී සුමට ලෙස අසව් කර තිබෙයි. AB දණ්ඩ තිරස් තලයක් මත තබා රාමුසැකිල්ල සිරස් තලයක පිහිටුවා තිබෙයි. BC හා AE දඬුවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය තන්තුවක් මගින් ඈඳා රාමුසැකිල්ලේ සවිධි පංචාස්‍ර හැඩය පවත්වා ගැනේ.

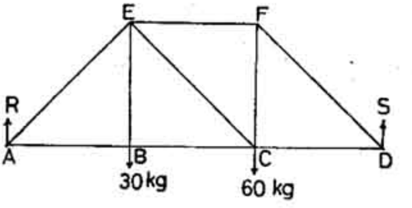
(i) D හි දී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{1}{2}W\cot\frac{\pi}{5}$ බවත්

(ii) තන්තුවේ ආතතිය

$$W\left[\cot\frac{\pi}{5} + 3\cot\frac{2\pi}{5}\right]$$ බවත්

ඔප්පු කරන්න.

7.



රූපයෙන් දක්වෙන්නේ A, B, C, D, E, F වල දී සුමට ලෙස සන්ධි කළ ලුහු දඬු නවයකින් සැදි රාමු සැකිල්ලකි. $ABCD$ තිරස් වන අතර $AB = BC = CD = BE = CF$ හා $A\hat{B}E = D\hat{C}F = 90°$ වේ. B හි දීත් C හි දීත් පිළිවෙලින් 30 kg හා 60 kg වන සිරස් භාර දෙකක් රාමු සැකිල්ල උසුලයි. A හා D ආධාරකවල දී ඇති R හා S සිරස් බල මගින් එය පිහිටුවා ඇත. R හා S සොයන්න.

ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. එනයින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග නිර්ණය කරන්න.

8. a අරයෙන් යුතු ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක් එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු තිරස් බිමක් හා රළු සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ කරමින් නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍යයන් දෙකෙහිදී ම ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. අර්ධ ගෝලය ලිස්සා යාමට ආසන්නම අවස්ථාවේ තිබෙයි නම්, බිමෙහි මුළු ප්‍රතික්‍රියාවත්, බිත්තියෙහි මුළු ප්‍රතික්‍රියාවත් බිත්තියේ සිට

$$\frac{a(1-\mu)}{1+\mu^2}$$

දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යක දී ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.

තල ආධාරකය තිරසට α කෝණයෙකින් ආනතව පිහිටන්නේ

$$\sin \alpha = \left\{ \frac{8}{3} \frac{\mu(1+\mu)}{1+\mu^2} \right\}$$

වන පරිදි බව අපෝහනය කරන්න.

9. (i) a අරයෙන් යුතු ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයකත්

(ii) ආධාරකයේ අරය a ද අඩ සිරස් කෝණය α ද වන ඒකාකාර ඝන කේතුවකත් ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

එක ම ද්‍රව්‍යකින් සෑදී ඇතැයි උපකල්පනය කෙරෙන ඝන වස්තු දෙකේ තල ආධාරක සමමිතිකව පාස්සා සංයුත ඝනයක් සෑදෙන පරිදි සකස් කොට ඇත. දැන් මෙම සංයුත ඝනය අවල තිරස් තලයක් මත තබනු ලැබේ. අර්ධ ගෝලයෙහි වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක් තලය සමග ස්පර්ශ වෙමින් එයට සමතුලිතව පිහිටිය හැකි නම් $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

10. පාදයක දිග a වන $ABCD$ සමචතුරශ්‍රාකාර ආස්තරයක් ඝනත්වය ρ වන සමජාතීය ද්‍රවයක ගිල්වා ඇත්තේ එහි තලය සිරස්ව ද AB දාරය නිදහස් පෘෂ්ඨයෙහි ද පිහිටන අන්දමට ය. ද්‍රව තෙරපුම හා පීඩන කේන්ද්‍රය සොයන්න.

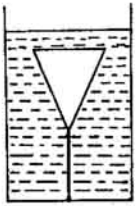
පාදයක දිග x වූත් එක් පාදයක් AB දිගේ පිහිටන්නා වූත් සමචතුරශ්‍රාකාර කොටසක් ආස්තරයෙන් ඉවත් කළ විට ආස්තරයේ ඉතිරි කොටසේ පීඩන කේන්ද්‍රයෙහි ගැඹුර සොයන්න.

x හි අගය කුමක් වුවත් මෙම ගැඹුර $\frac{8a}{9}$ නොඉක්මවන බව පෙන්වන්න.

11. ඝන අර්ධ ගෝලයක් සම්පූර්ණයෙන් ම ජලයේ ගිල්වා එහි තල ආධාරකය තිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයෙකින් ආනතව ද ගැටියේ එක් ලක්ෂ්‍යක් ජල පෘෂ්ඨයෙහි තිබෙන පරිදි ද පිහිටුවනු ලැබේ. අර්ධ ගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුම තිරස සමග $\tan^{-1}(7/3)$ ක කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

දැන් වක්‍ර පෘෂ්ඨය මත සම්ප්‍රයුක්ත තෙරපුම තිරස සමග $\tan^{-1}(5/3)$ ක කෝණයක් සාදන තෙක් අර්ධ ගෝලය භ්‍රමණය නොවන පරිදි h දුරක් ඔස්සේ පහත් කරනු ලැබේ. h ද අර්ධගෝලයේ අරය ද අතර අනුපාතය සොයන්න.

12.



උස h ද අඩ සිරස් කෝණය α ද වන සෘජු වෘත්තාකාර ඒකාකාර ඝන කේතුවක් සම්පූර්ණයෙන් ම ද්‍රවයක ගිල්වා ඇති අන්දම රූපයෙන් දක්වෙයි. ලුහු සිරස් තන්තුවක් මගින් කේතුවේ ශීර්ෂය භාජනයේ අඩියට ගැටගසා ඇත. කේතුවේත් ද්‍රවයේත් ඝනත්ව පිළිවෙලින් σ හා ρ වෙයි. මෙහි $\sigma < \rho$. තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

තන්තුව කැඩී ගියේ නම් අලුත් සමතුලිත පිහිටීමේ දී ද්‍රවයෙන් පිටත පිහිටන කේතු ඡින්නකයේ උස

$$h\left\{ 1 - \left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{\frac{1}{3}} \right\}$$

බව පෙන්වන්න.